

NOMBRES & ÉQUATIONS

Durée : 1 heure

Aucun document n'est autorisé.

Les questions des exercices 1 et 2 sont indépendantes.

Exercice 1.

Nombres premiers

1) Question de cours : Qu'est ce qu'un nombre premier ?

Solution: Un nombre premier est un entier naturel qui admet exactement deux diviseurs entiers et positifs : 1 et lui même.

2) Décomposer 1260 en produit de facteurs premiers.

Solution: On a $1260 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7$

En regroupant les produits de nombres premiers, on a : $1260 = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$.

$2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$ est la décomposition en produit de facteurs premiers de 1260.

3) Décomposer $A = 2340$ et $B = 1848$ en produit de facteurs premiers.
En déduire la simplification de la fraction suivante : $C = \frac{A}{B}$.

Solution: Décomposons A et B en produit de facteurs premiers :

$A = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 13$ et $B = 2^3 \times 3 \times 7 \times 11$.

On a donc : $C = \frac{2^2 \times 3^2 \times 5 \times 13}{2^3 \times 3 \times 7 \times 11}$. On simplifie la fraction :

$$C = \frac{2^{\cancel{2}} \times 3^{\cancel{2}} \times 5 \times 13}{2^{\cancel{3}} \times \cancel{3} \times 7 \times 11} = \frac{3 \times 5 \times 13}{2 \times 7 \times 11}.$$

La fraction simplifiée est : $C = \frac{195}{154}$.

4) Simplifier les fractions suivantes en décomposant le numérateur et le dénominateur en produit de facteurs premiers :

$$\frac{1573}{143} , \frac{270}{72} , \frac{18}{75} .$$

Solution: $\frac{1573}{143} = \frac{11^2 \times 13}{11 \times 13} = \frac{11^{\cancel{2}} \times \cancel{13}}{\cancel{11} \times \cancel{13}} = 11$
 $\frac{270}{72} = \frac{2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5}{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{3} \times \cancel{3} \times 3 \times 5}{\cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{3} \times \cancel{3}} = \frac{3 \times 5}{2 \times 2} = \frac{15}{4}$
 $\frac{18}{75} = \frac{2 \times 3 \times 3}{3 \times 5 \times 5} = \frac{2 \times \cancel{3} \times 3}{\cancel{3} \times 5 \times 5} = \frac{6}{25}$

On donne les nombres premiers jusqu'à 100 : 2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23; 29; 31; 37; 41; 43; 47; 53; 59; 61; 67; 71; 73; 79; 83; 89; 97.

Exercice 2. Équations

5) Résoudre les équations suivantes :

a. $2x - 6(3 - 4x) = 9x - 2$

Solution: On enlève les parenthèses : $2x - 18 + 24x = 9x - 2$
On isole l'inconnue : $2x + 24x - 9x = 18 - 2$
On regroupe les termes : $17x = 16$
On divise par 17 : $x = \frac{16}{17}$.
La solution est : $S = \{\frac{16}{17}\}$.

b. $\frac{2x-3}{7} = \frac{3x}{7} - 2x$

Solution: On multiplie par 7 : $2x - 3 = 3x - 7 \times 2 \times x$
On isole l'inconnue : $2x - 3x + 14x = 3$
On regroupe les termes : $13x = 3$

on divise par 13 : $x = \frac{3}{13}$.
la solution est : $S = \{\frac{3}{13}\}$.

c. $\frac{3}{2} - \frac{7x}{4} = \frac{5(2-x)}{2} - 1$

Solution: On multiplie par 4 : $2 \times 3 - 7x = 2 \times 5(2 - x) - 4 \times 1$
On enlève les parenthèses : $6 - 7x = 20 - 10x - 4$
on isole l'inconnue : $-7x + 10x = -6 + 20 - 4$
On regroupe les termes : $3x = 10$
On divise par 3 : $x = \frac{10}{3}$.
La solution est : $S = \{\frac{10}{3}\}$.

d. $\frac{x-2}{4} = \frac{5}{4}x - x$

Solution: On multiplie par 4 : $x - 2 = 5x - 4x$
On isole l'inconnue : $x - 5x + 4x = 2$
On regroupe les termes : $0x = 2$.
Cette équation est impossible !
 $S = \emptyset$

6) Mettre en équation et résoudre :

Une entreprise emploie 320 personnes. Sachant qu'il y a 3 fois plus d'hommes que de femmes, quel est le nombre d'hommes et le nombre de femmes employés dans cette entreprise ?

Solution: Posons x le nombre de femmes employées dans cette entreprise.
On écrit les données de l'énoncé sous la forme d'une équation :

$$320 = 3 \times x + x.$$

On regroupe les termes : $320 = 4x$.

On divise par 4 : $x = \frac{320}{4} = 80$.

On répond à la question posée par l'énoncé : $80 \times 3 = 240$ hommes et 80 femmes sont employés dans cette entreprise.